SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

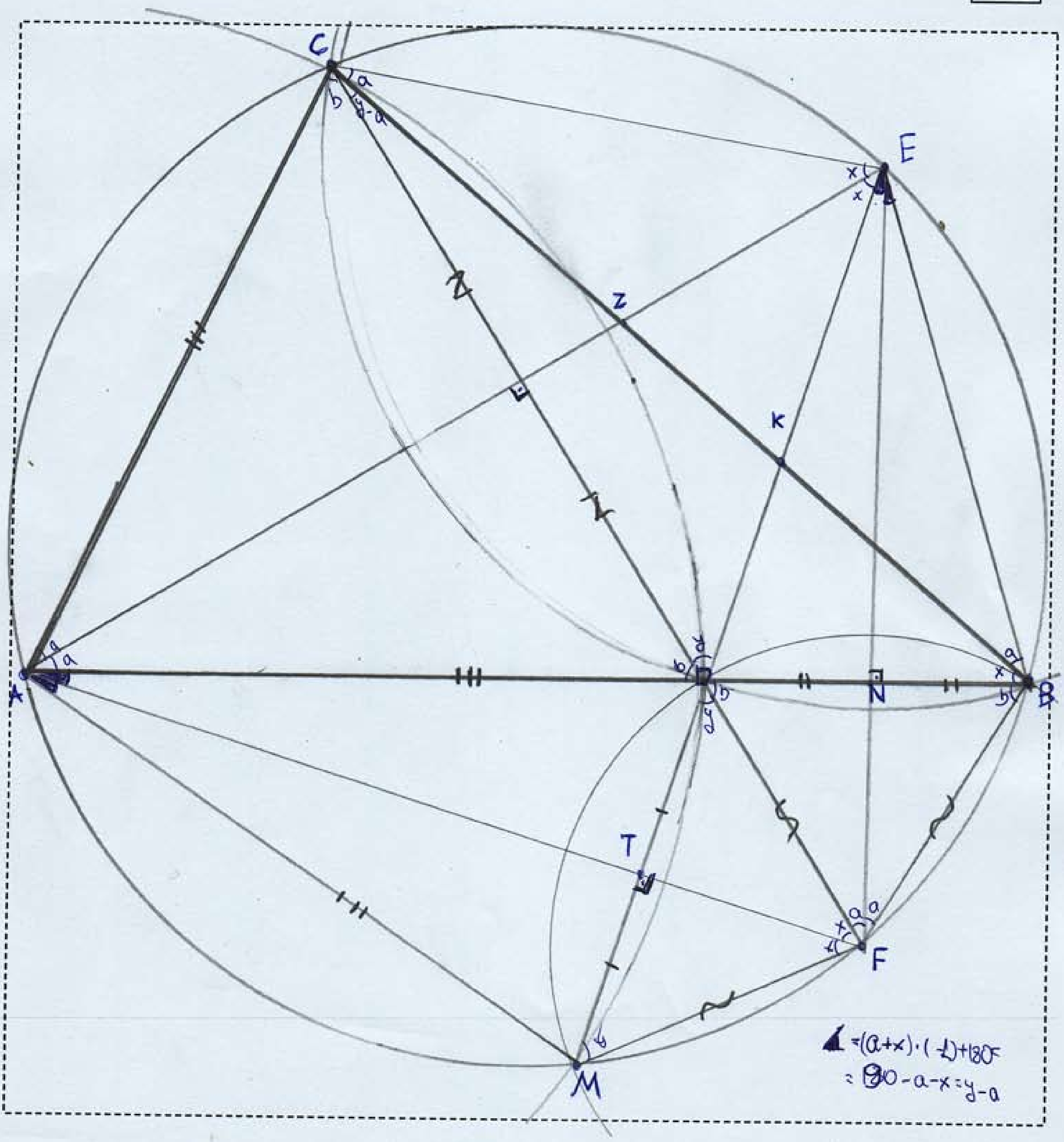
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ მათ/ IV/ 390

ამოცანა № 4

გვერდი № 1



$\angle = (a+x)\cdot(-1)+180$
$= 90 - a - x = y - a$

მოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ მათ/ IV/ 390

ამოცანა № 4

გვერდი № 2

1. $\triangle DAC \cong \triangle DFB$

$$\frac{DA}{CD} = \frac{DF}{DB}$$

2. $\triangle DEB \cong \triangle DAM$

$$\frac{DE}{BD} = \frac{DA}{DM} = \frac{EN}{TA} \qquad TA = \sqrt{AC^2 - DT^2}$$

$$EF = NE + NF = \frac{DE \cdot BA}{BD} = EN = \frac{DE \cdot \sqrt{AC^2 - \frac{DM^2}{4}}}{BD} = \frac{DE \cdot \sqrt{(AC + AD)^2 - DM^2}}{2\,BD}$$

3. $\triangle DNE \cong \triangle FTE$

$$\frac{DN}{FT} = \frac{NE}{TE} = \frac{DE}{FE}$$

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ მათ/ IV/ 390

ამოცანა № 6

გვერდი № 1

ფაქტები:

1) $m \ge d_i^8$ ზოგადობის შეუზღუდავად: $d_9 = d > d_8 > d_7 \dots > d_1$

$m \ge d^8 \ge d_9 \cdot d^7 > d_8 \cdot d_7^7 > \dots > d_1 d^7$

$P(m) = (m+d_1)\dots(m+d_9) > d_1 \cdot d_2 \cdots d_9 \cdot (d^7+1)^9 > d_1 \cdot (d_1+1) d_2 (d_2+1) \dots (d_9+1) \cdot k_1 \dots k_9$

$k_i = d_i^6 - d_i^5 + d_i^4 - d_i^3 + d_i^2 - d_i + 1$

2) $P(0) = \prod_{k=1}^{9} d_k$

3) თუ ავიღებთ P_k (მარტივი რიცხვი) და ნებისმიერ ორ d_j, d_i, რომლებიც რომლებსაც აქვთ შემდეგი თვისება $m+d_j \equiv m+d_i$ $(\mathrm{mod}\ P_k)$ [თუ წინააღმდეგობას დავუშვებთ] $\Rightarrow d_j \equiv d_i \bmod P_k$

(~~...~~ P_k, $1 \le k \le 8$, $P_1 < P_2 < \dots < P_k < P_{k+1} < \dots < P_8$)

4) $m = d_1 \cdot d^7 + r_1 = d_i \cdot d^7 + r_i$

$P(m) = \prod_{n=1}^{9} \left[(d_n+1)^2 \cdot k_n + r_n\right]$

5) თუ $P(m)$ უნდა ჰყოფს 20-ზე ნაკლებ მარტივ რიცხვებზე მაშინ (2, 3, 5, 7, ~~9~~, 11, 13, 17, 19) ჩვენ შეგვიძლია დავიწყოთ იმის მტკიცება რომ $P(m)$ იყოფა 9 განსხვავებულ ერთეულით + მარტივ რიცხვზე და თუ ეს გამოვიდა, მორჩა ამოცანა. (მაგრამ არ ვიცი როგორ დავიწყო, თორემ კი).